

Macro II - Fluctuations - Partie 2

ENSAE - 2022/2025 - Session 2A

Question de cours

Lesquelles des assertions suivantes sont-elles vraies ?

- les conditions de Blanchard-Kahn sont satisfaites si et seulement si le nombre de valeurs propres infinies d'un modèle est égal au nombre de variables apparaissant en $t + 1$
- il n'est pas possible de simuler la solution d'un modèle si cette solution possède une racine unitaire
- on peut stationnariser un modèle d'économie ouverte de plusieurs façons sans affecter significativement la dynamique de la plupart des variables du modèle

Préférence pour la richesse et économie ouverte

On considère une petite économie ouverte peuplée par deux agents représentatifs, l'agent p (pour pauvre) et l'agent r (pour riche). Le taux d'intérêt mondial est $R > 1$. Le modèle est déterministe.

La production totale de cette économie est exogène, notée y_t . Une part $\zeta_t \in]0, 1[$ de la production totale constitue le revenu $l_{r,t}$ de l'agent r , tandis que l'agent p reçoit le reste de la production comme revenu $l_{p,t}$.

Chaque agent $i \in p, r$ consomme $c_{i,t}$ à la période t . Il peut acheter ou vendre au prix q_t un actif spécial (appelé une *console*) qui rapporte 1 à chaque période. On note $x_{i,t}$ la quantité de tels actifs détenus en t par l'agent i . Cet actif étant échangé sur les marchés internationaux, son rendement est constant, égal au taux d'intérêt mondial. La position nette du pays est $q_t(x_{p,t} + x_{r,t})$.

- Quel est le rendement des consoles en fonction de q_t et q_{t+1} ? En utilisant une condition de non arbitrage¹ sur les marchés internationaux, justifier que l'on a $q_t = \bar{q} = \frac{1}{R-1}$

¹Pour rappel, en l'absence de l'arbitrage, deux actifs sans risque doivent nécessairement avoir le même rendement.

2. Écrire la contrainte de budget de chaque agent $i \in p, r$.
3. Exprimer le compte courant en fonction des variables du modèle.

Par convention, on note $W_{i,t} = 1 + q_t x_t$ la *richesse subjective* de l'agent i . Cette richesse est constituée de la valeur des actifs et d'une constante (1 pour simplifier), représentant la valeur des actifs non-financiers de l'agent (par exemple la valeur de son travail). On suppose que l'agent i choisit $x_{i,t}$ de manière à maximiser son utilité intertemporelle:

$$\sum_{t \geq 0} \beta_i^t \left(\frac{c_{i,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \varphi_i \frac{(W_{i,t})^{1-\eta_i}}{1-\eta_i} \right)$$

avec $\sigma > 0$ et où $\beta_i > 0$, $\varphi_i > 0$ et $\eta_i > 0$ sont des constantes spécifiques à chaque agent.

4. Écrire le lagrangien de chaque agent et dériver les conditions du premier ordre. Montrer que l'on a pour l'agent i :

$$1 = \beta \left(\frac{c_{i,t+1}}{c_{i,t}} \right)^{-\sigma} \frac{1 + q_{t+1}}{q_t} + \varphi_i \frac{(1 + x_{i,t} q_t)^{-\eta_i}}{c_{i,t}^{-\sigma}}$$

On considère un état stationnaire pour lequel $y_t = \bar{y}$, $\zeta_t = \bar{\zeta}$ où l'on suppose que ces conditions de premier ordre sont satisfaites pour $\bar{x}_p = \bar{x}_r = 0$.

5. Simplifiez la condition d'Euler à l'état stationnaire. Quelle relation (fonction de R) lie entre eux les paramètres structurels β , σ , φ_i et η_i ?

On effectue maintenant un exercice de statique comparative pour comprendre l'effet sur le compte courant d'une augmentation permanente des inégalités.

6. Dans quel sens varient \bar{x}_p et \bar{x}_r lorsque $\bar{\zeta}$ augmente?

On définit maintenant la propension marginale à épargner à long terme pour l'agent i par la formule

$$mps^\infty = \frac{\partial \bar{W}_i}{\partial l_i}$$

On suppose maintenant que les différents paramètres du modèle sont calibrés de manière à ce que la propension marginale à épargner de l'agent t soit égale à 10% et celle de l'agent r soit égale à 50%.

7. Ces chiffres vous paraissent-ils réalistes ? Que peut-on dire d'après ce modèle concernant l'effet d'une augmentation des inégalités sur la position nette du pays à long terme ? Avant d'atteindre l'état stationnaire, comment évoluent d'après vous les variables du modèle: compte courant, consommation, richesse ? (on pourra se contenter d'une intuition qualitative).